

ТЕМА 2. СПОСОБЫ И ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДЕЙ

Лекция 1. Требования к точности определения площадей и способы их определения

Рекомендуемая литература:

- 1. Неумывакин, Ю.К. Земельно-кадастровые геодезические работы: Учеб. / Ю.К. Неумывакин, Перский М.И. – М.: КолосС, 2008.-183 с.
- 2. Маслов, А.В., Юнусов А.Г., Горохов Г.И. Геодезические работы при землеустройстве /А.В. Маслов, А.Г. Юнусов, Г.И. Горохов. – 2 изд. переаб. И доп. – М.: Недра, 1990.– 215 с.
- 3. Неумывакин Ю.К., Перский М.И. Геодезическое обеспечение землеустроительных и кадастровых работ: Справ. пособие. – М.: Картгеоцентр – Геодезиздат, 1996.
- 4. Назаров. А.С. Координатное обеспечение топографо-геодезических и земельно-кадастровых работ. – Минск. - Учеб. центр по повышению квалификации и перепод. землеустроит. и картографо-геод. службы.– 2008. – 83с.

ПЛАН ЛЕКЦИИ:

- 1. Требования к точности определения площадей. Способы определения площадей земельных участков.**
- 2. Аналитический способ определения площадей по результатам измерений углов и линий на местности.**
- 3. Точность вычисления площадей аналитическим способом (на примере треугольника).**

**4. Вычисление площадей по координатам вершин
и по приращениям координат**

5. Вычисление площадей графическим способом

**6. Точность вычисления площадей графическим
способом**

**7. Выбор поверхности относимости для учета
площадей**

**8. Практика определения и уравнивания
площадей**

1. Требования к точности определения площадей. Способы определения площадей земельных участков

Применяются следующие способы определения площадей:

Аналитический, когда площадь вычисляют по результатам измерений линий и углов на местности или по их функциям – координатам вершин фигуры.

Графический, когда площадь вычисляют по результатам измерений линий и углов (транспортиром) или по координатам точек на плане (карте).

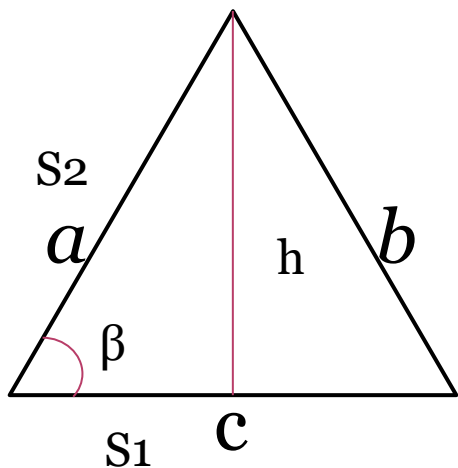
Механический, когда площади определяют на плане при помощи специальных приборов (планиметров, картометров) и приспособлений (палеток, ротометров и др.)

2. Аналитический способ определения площадей по результатам измерений углов и линий на местности

Треугольник. Если в треугольнике

измерены три стороны, то площадь

вычисляют по формуле:



$$P = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}, \quad (1)$$

где $S = \frac{1}{2}(a+b+c)$ – полупериметр

Если известны значения **двух сторон и угол между ними**, то площадь треугольника вычисляют следующим образом:

$$2P = S_1 h,$$

в связи с тем, что

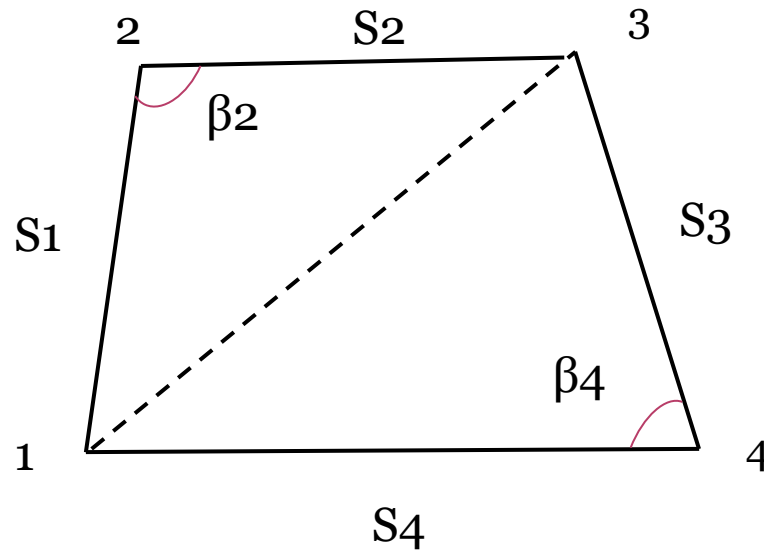
$$h = S_2 \sin \beta_2,$$

получим:

$$2P = S_1 S_2 \sin \beta_2 \quad (2).$$

Четырехугольник. Зная четыре стороны $S_1 S_2 S_3 S_4$
и два противоположных угла β_2 и β_4 , на
основании (2) запишем:

$$2P = S_1 S_2 \sin \beta_2 + S_3 S_4 \sin \beta_4 \quad (3).$$



По трем сторонам S_1, S_2, S_3 и двум
углам β_2, β_3 на основании

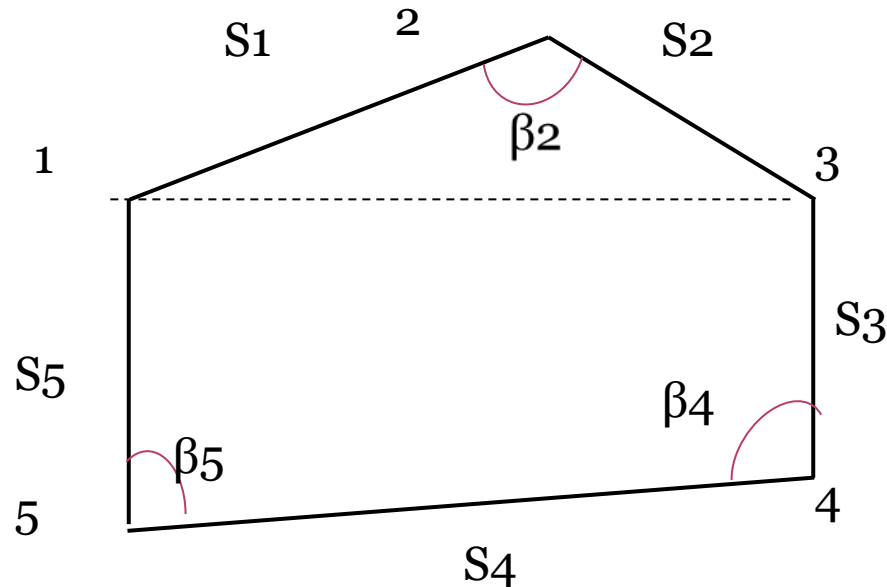
формулы (2) получим:

$$2P = S_1 S_2 \sin \beta_2 + S_2 S_3 \sin \beta_3 + S_1 S_3 \sin(\beta_2 + \beta_3 - 180) \quad (4).$$

Пятиугольник. По пяти сторонам и трем углам

на основании формул (2) и (4) получим:

$$2P = S_1 S_2 \sin \beta_2 + S_3 S_4 \sin \beta_4 + S_4 S_5 \sin \beta_5 + S_3 S_5 \sin(\beta_4 + \beta_5 - 180) \quad (5).$$



Шестиугольник. По шести
сторонам и четырем углам
согласно (4) запишем:

$$2P = S_1 S_2 \sin \beta_2 + S_2 S_3 \sin \beta_3 + \\ S_1 S_3 \sin(\beta_2 + \beta_3 - 180) + S_4 S_5 \sin \beta_5 + \\ S_5 S_6 \sin \beta_6 + S_4 S_6 \sin(\beta_5 + \beta_6 - 180) \quad (6)$$

Трапеция. Формула площади трапеции с измеренными значениями двух сторон и углов при основании

$$2P = \frac{(a + b)(a - b)}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} = \frac{a^2 - b^2}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} \quad (7)$$

3. Точность вычисления площадей аналитическим способом (на примере треугольника)

Для треугольника, площадь которого
вычислена по формуле

$$P = \frac{1}{2} ah$$

Продифференцировав и перейдя от
дифференциала к с.к.о. получим

$$\frac{dP}{P} = \frac{da}{a} + \frac{dh}{h}, \quad \left(\frac{m_p}{P}\right)^2 = \left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_h}{h}\right)^2$$

Если четырехугольник по форме близок к
квадрату, то

$$m_P = m_S S = m_S \sqrt{P}$$

или

$$\frac{m_P}{P} = \frac{m_S}{S}$$

4. Вычисление площадей по координатам вершин и по приращениям координат

При количестве вершин в n -

угольнике больше 6 ($n > 6$)

целесообразнее вычислять

площади по координатам вершин

полигона и по приращениям

координат, пользуясь формулами

$$\left\{ \begin{array}{l} 2P = \sum_{i=1}^n x_i (y_{i+1} - y_{i-1}) \\ 2P = \sum_{i=1}^n y_i (x_{i-1} - x_{i+1}) \end{array} \right.$$

ИЛИ

$$\left\{ \begin{array}{l} 2P = \sum_{i=1}^n x_i y_{i+1} - \sum_{i=1}^n x_i y_{i-1} \\ 2P = \sum_{i=1}^n y_i x_{i-1} - \sum_{i=1}^n y_i x_{i+1} \end{array} \right.$$

Для вычисления общей площади
землепользования удобна формула

$$P = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_{i+1} - \sum_{i=1}^n y_i x_{i+1} \right)$$

Вначале вычисляют разности координат
(приращения), затем произведения и
суммы произведений

Чтобы площадь получилась
положительной, номера точек
полигона записывают в столбец
ведомости

всегда по ходу часовой стрелки.

Число произведений в сумме
равно числу точек

5. Вычисление площадей графическим способом

Вычисление площадей **графическим способом** -участки, изображенные на плане, разбивают на простейшие геометрические фигуры - преимущественно **на треугольники**, реже на трапеции и прямоугольники.

В каждой фигуре **измеряют высоту и основание**, по которым вычисляют площадь.
Сумма площадей фигур дает **площадь участка**.

Наилучший вариант разбивки участка на
треугольники - **треугольники близки к
равносторонним.**

Если высоты или основания, по которым
вычисляют площадь фигур - **измерены на
местности**, то для **повышения точности**
определения площадей принимают
величины, полученные **измерением на
местности.**

Точность вычисления площади
неравностороннего треугольника будет выше,
если короткое основание (или высота)
измерено на местности, а длинная высота
(или основание) определена по плану.

Для контроля и повышения точности
вычисления площадь каждого треугольника
определяют дважды:

по двум различным основаниям и двум
высотам, и если расхождение допустимо, то
из двух значений площади вычисляют
среднее.

Допустимость расхождения между двумя значениями площади определяют по формуле

$$\Delta P_{га} = 0,04 \frac{M}{10000} \sqrt{P_{га}}$$

где М – знаменатель численного масштаба плана

6. Точность вычисления площадей графическим способом

При разбивке участка на простейшие фигуры можно принять **много вариантов**, но **точность вычисления площади участка** при различных вариантах не будет одинаковой.

Прологарифмировав, продифференцировав формулу вычисления площади треугольника

$$P = \frac{1}{2} ah$$

и перейдя к с.к.о. получим

$$\left(\frac{m_p}{P}\right)^2 = \left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_h}{h}\right)^2$$

Так как ошибки измерения линий по плану не зависят от длины линий, т.е. $m_a = m_h = m$, то

$$\frac{m_p}{P} = m \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{h^2}} = \frac{m}{ah} \sqrt{a^2 + h^2}$$

Для треугольника $ah=2P$, поэтому

$$m_p = \frac{m}{2} \sqrt{a^2 + h^2}$$

Для прямоугольника, параллелограмма и трапеции

$$m_p = m \sqrt{a^2 + h^2}$$

Если $a=h$, то для треугольника получим

$$m_{p\Delta} = m\sqrt{P}$$

Вывод: площадь треугольника вычисляется графическим способом точнее, чем площадь других фигур.

Наименьшая ошибка в площади треугольника будет в том случае, когда высота равна основанию.

Если же между высотой и основанием существует отношение вида $\frac{h}{a} = k$

тогда в выражении $m_{p\Delta} = \frac{m}{2} \sqrt{a^2 + h^2}$

подкоренное выражение умножим и разделим на a^2 .

Получим

$$m_{p\Delta} = \frac{m}{2} a \sqrt{1 + k^2}$$

Так как

$$P = \frac{1}{2} k a^2$$

Выразим

$$a = \sqrt{\frac{2P}{k}}$$

Тогда

$$m_{p\Delta} = m\sqrt{P} \sqrt{\frac{1+k^2}{2k}}$$

При разбивке участка на треугольники, надо стремиться к тому, чтобы основания и высоты были примерно равны.

Число треугольников, на которые разбивается участок, не влияет на величину ошибки общей площади.

Пусть участок разбит на n треугольников площадью P_1, P_2, \dots, P_n . Общая площадь определится как $P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$. Если площадь каждого треугольника определены независимо, то

$$m_p = \sqrt{m_{p1}^2 + m_{p2}^2 + \dots + m_{pn}^2}$$

НО

$$m_{pi} = m\sqrt{P_i}$$

тогда

$$m_p = m\sqrt{P_1 + P_2 + \dots + P_n} = m\sqrt{P}$$

Полученное равенство справедливо при любом

n. при измерении оснований и высот по

плану можно принять $m=0.01$ см, тогда

$$m_{p\text{см}2} = 0,01\sqrt{P_{\text{см}2}}$$

Для планов разных масштабов получим

$$m_{p(\text{га})} = 0,01\frac{M}{10000}\sqrt{P_{\text{га}}}$$

где M – знаменатель численного масштаба
плана.

Ошибку площади, вычисленной по графическим координатам точек, можно рассчитать по формуле

$$m_{p(\text{га})} = m_{t(\text{см})} \frac{M}{10000} \sqrt{P_{\text{га}}} \cdot \frac{4\sqrt{0,5n-1}}{n} \cdot \frac{k+1}{2\sqrt{k}}$$

в которой $m_{t(\text{см})}$ - с.к.о. измерения координат на плане при помощи измерителя, ее следует применять равной 0,018 см.

При оценке точности площади, вычисленной по фотограмметрическим координатам, значение, характеризующее ошибку измерения координат при помощи фотограмметрических приборов, следует принимать равной 0,005 см.

7. ВЫБОР ПОВЕРХНОСТИ ОТНОСИМОСТИ ДЛЯ УЧЕТА ПЛОЩАДЕЙ

Геодезические работы для целей землеустройства и земельного кадастра выполняются **на физической поверхности земли**, которая является неправильной математической фигурой.

Для математической обработки результатов измерений в геодезическом обосновании **все длины линий на физической поверхности земли необходимо редуцировать на правильную математическую поверхность**

Физическая поверхность земли наиболее близка к поверхности эллипсоида вращения, то в качестве такой фигуры, используется эллипсоид вращения для территории Республики Беларусь - референц-эллипсоид Красовского.

Длины линий, между пунктами геодезического обоснования, расположены на различной высоте над поверхностью, на которой выполняется математическая обработка.

Необходимо редуцировать длины линий на эту поверхность.

Редуцирование длин линий выполняется с использованием следующего выражения:

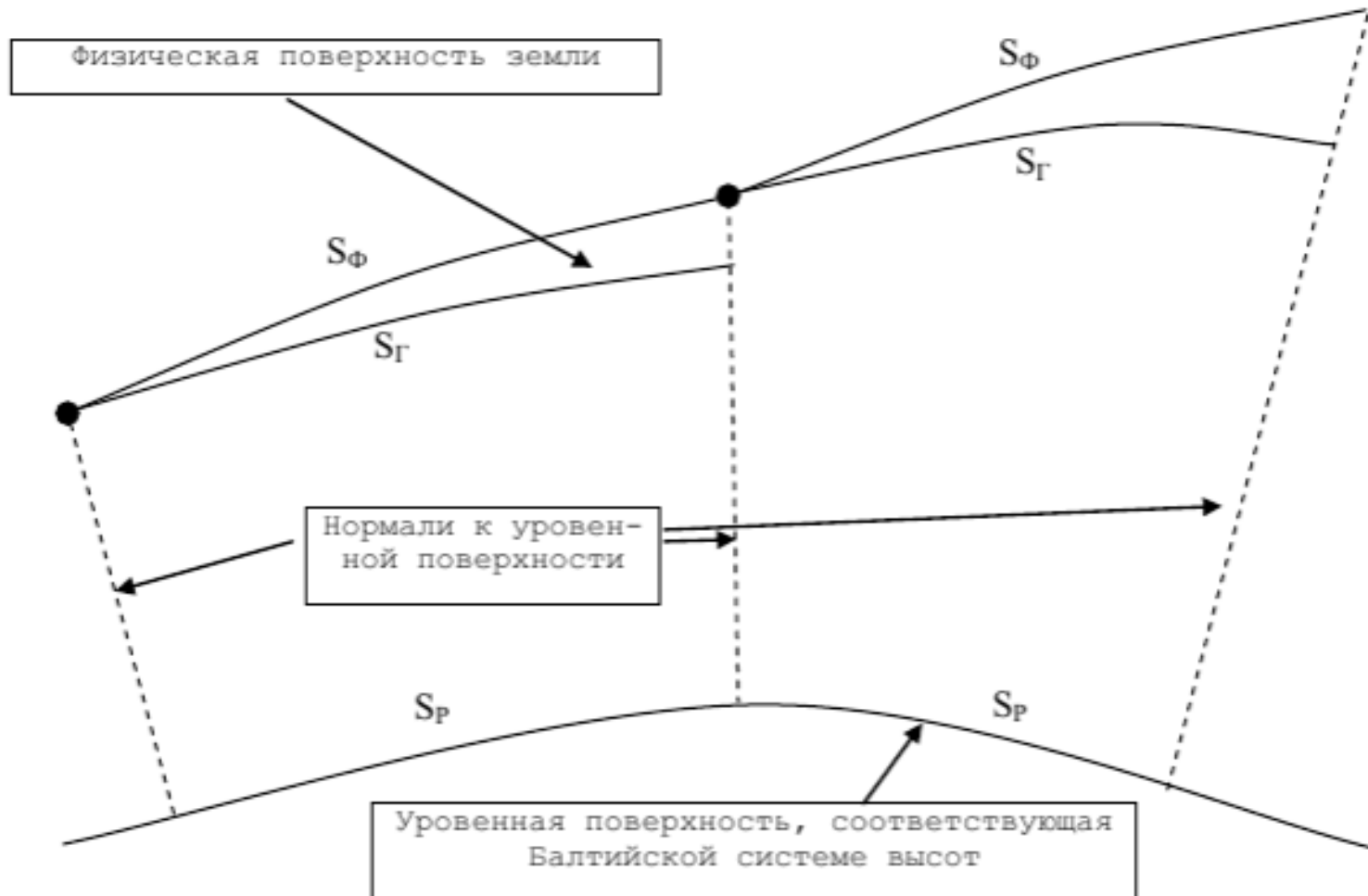
$$S_P = S_T - \Delta H, \quad \Delta H = \frac{H_M}{R} S_T,$$

где H_M –превышение линии над поверхностью
ОТНОСИМОСТИ.

Возникает проблема – если поверхность относимости совпадает с физической поверхностью земли, то измеренная длина линии совпадает со своей проекцией.

Для минимизации величины поправки ΔH необходимо, чтобы поверхность относимости соответствовала средней отметке (высоте) территории города.

Расположение измеренной линии над поверхностью относимости



Например, чтобы не исказить горизонтальную проекцию длины линии поправкой за редуцирование на поверхность относимости (построения первой ступени в виде триангуляции 2 класса) превышение длины линии над уровенной поверхностью должно быть не более 16 метров.

Обязательное условие: при выборе поверхности относимости для городского геодезического обоснования выбирают поверхность, соответствующую средней отметке (высоте) территории города .

8. ПРАКТИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ И УРАВНИВАНИЯ ПЛОЩАДЕЙ

Механический способ определения площади фигуры любой формы состоит в обводе ее на плане при помощи **механического прибора (электронного)** - планиметра.

С.К.О. площади для одного обвода при нормальной длине обводного рычага 150-170 мм можно вычислить по эмпирическим формулам:

1. При площади до 200 см² на плане

$$m_{p(za)} = 0,7 p(za) + 0,01 \frac{M}{10000} \sqrt{P(za)} + 0,0003 P(za)$$

2. При площади более 200 см²

$$m_{p(za)} = 0,005 \frac{M}{10000} \sqrt{P(za)} + 0,001 P(za)$$

где $p(za)$ – цена деления планиметра

Площади землевладений СПК и др. хозяйств определяют аналитическим способом, если по границам их проложены теодолитные ходы, графическим способом – по графическим или фотограмметрическим координатам точек границы.

Допустимую невязку в сумме площадей контуров земель при определении их планиметром в сравнении ее с общей площадью землепользования вычисляют по эмпирической формуле:

$$f_{p \text{ доп}} = 0,7 p \sqrt{n} + 0,05 \frac{M}{10000} \sqrt{P(га)}$$

где p – цена деления планиметра;

n – число контуров, площади которых определялись планиметром;

M – знаменатель численного масштаба плана;

P – общая площадь землепользования.

Невязку распределяют на площади, определенные планиметром, **пропорционально** площадям контуров, **с обратным знаком**.

$$f_p = \sum P_{np} - \sum P_m$$

В процессе вычисления площадей контуров ситуации составляют кальку контуров, на которую выписывают номера контуров (согласно нумерации в ведомости вычисления площадей) и их увязанные площади.